Correction des exercices pour la première

1/ Nombres – inégalités

Ex 1 : $A=\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$ un rationnel (appartient à $\mathbb{Q}$)

$B=(\sqrt{3})^2-1^2=3-1=2$ un entier naturel (appartient à $\mathbb{N}$)

$C=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times1+1^2=5+2\sqrt{5}+1=6+2\sqrt{5}$ un réel (appartient à $\mathbb{R}$)

$D=\frac{2}{5}+\frac{35}{5}=\frac{37}{5}$ un décimal (appartient à D)

Ex 2 :

x	- 5	-1	0	4	8	10
$f(x)$	- 0, 385	-1	0	0,471	0,246	0,198

Ex 3 :

1. $\frac{9}{4}x>4-\frac{6}{7}\Leftrightarrow\frac{9}{4}x>\frac{28}{7}-\frac{6}{7}\Leftrightarrow\frac{9}{4}x>\frac{22}{7}\Leftrightarrow x>\frac{\frac{22}{7}}{\frac{9}{4}}\Leftrightarrow x>\frac{22}{7}\times\frac{4}{9}\Leftrightarrow x>\frac{88}{63}$ S =] $\frac{88}{63}$; + ∞[
2. $6+\frac{5}{3}\leq\frac{17}{3}x\Leftrightarrow\frac{18}{3}+\frac{5}{3}\leq\frac{17}{3}x\Leftrightarrow\frac{23}{3}\leq\frac{17}{3}x\Leftrightarrow23\leq17x\Leftrightarrow\frac{23}{17}\leq x$ S = [$\frac{23}{17}$; + ∞[
3. $\frac{2(8+x)}{14}<\frac{2x\times14}{14}+\frac{9}{14}\Leftrightarrow\frac{16+2x}{14}<\frac{28x}{14}+\frac{9}{14}\Leftrightarrow16+2x<28x+9\Leftrightarrow16-9<28x-2x\Leftrightarrow7<26x\Leftrightarrow\frac{7}{26}<x$

   S =] $\frac{7}{26}$; + ∞[

2/ Arithmétique :

Ex1

1.

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$ $\qquad$ $147 = 3 \times 7^2$

2. $\dfrac{126}{147} = \dfrac{2 \times 3^{\cancel{2}\,1} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times 7^{\cancel{2}\,1}} = \dfrac{2 \times 3}{7} = \dfrac{6}{7}$

3. $\sqrt{147} = \sqrt{3 \times 7^2} = 7\sqrt{3}$

4. $147 = \left\{ \begin{matrix} 1 & ; & 3 & ; & 7 \\ 147 & ; & 49 & ; & 21 \end{matrix} \right\}$ diviseurs de 147

5. Faux car $= 2^2 \times 3 \times 5 = 60$ $\qquad$ $2 \times 3^2 \times 5 = 90$

l'un n'est pas multiple de l'autre

Ex2

1.

$$\begin{array}{r|l} 4725 & 3 \\ 1575 & 3 \\ 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2625 & 3 \\ 875 & 5 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$A = \dfrac{3^{\cancel{3}\,2} \times \cancel{5^2} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times 5^{\cancel{3}\,1} \times \cancel{7}} = \dfrac{3^2}{5} = \dfrac{9}{5}$

2.

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 192 & 2 \\ 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$B = \dfrac{\sqrt{3 \times 5^2} \times \sqrt{2^6 \times 3}}{\sqrt{2^2 \times 7^2}}$

$= \dfrac{5\sqrt{3} \times 2^3 \times \sqrt{3}}{2 \times 7}$

$= \dfrac{5 \times 2^{2} \times 3}{\cancel{2} \times 7} = \dfrac{60}{7}$

3. $C = \dfrac{3}{7} - \dfrac{4}{5} \times \dfrac{3}{8_2} = \dfrac{3}{7} - \dfrac{3}{10} = \dfrac{30}{70} - \dfrac{21}{70} = \dfrac{9}{70}$

4. $D = \dfrac{8^4}{5} \times \dfrac{3}{\cancel{2}} + \dfrac{7}{3} = \dfrac{12}{5} + \dfrac{7}{3} = \dfrac{36}{15} + \dfrac{35}{15} = \dfrac{71}{15}$

3/ Calcul littéral

Ex 1 :

1. $A(x)=(2x-3)^2-(2x-3)(x+1)=(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2-(2x\times x+2x\times 1-3\times x-3\times 1)$
$A(x)=4x^2-12x+9-(2x^2+2x-3x-3)=4x^2-12x+9-(2x^2-x-3)=4x^2-12x+9-2x^2+x+3$
$A(x)=2x^2-11x+12$

$B(x)=(3x+1)(3x-1)+2(3x-1)=(3x)^2-1^2+2\times 3x-2\times 1=9x^2-1+6x-2=9x^2+6x-3$

2. $B(x)=(3x+1)(3x-1)+2(3x-1)=(3x-1)((3x+1)+2)=(3x-1)(3x+3)$

$C(x)=4x^2+20x+25=(2x)^2+20x+5^2=(2x+5)^2$

$D(x)=(2x+1)^2-49=(2x+1)^2-7^2=(2x+1+7)(2x+1-7)=(2x+8)(2x-6)$

Ex 2 :

1.
$3x-2(x+5)=4-(x-2) \Leftrightarrow 3x-2x-2\times 5=4-x+2 \Leftrightarrow x-10=6-x \Leftrightarrow x+x=6+10 \Leftrightarrow 2x=16 \Leftrightarrow x=\frac{16}{2} \Leftrightarrow x=8$
$S=\{8\}$

2.
$(2x+1)(6-3x)=0 \Leftrightarrow 2x+1=0 \ ou\ 6-3x=0$

$2x=-1$ ou $6=3x$

$x=\frac{-1}{2}$ ou $\frac{6}{3}=x$

$x=2$

$S=\{-0{,}5;2\}$

3. $(x+1)(3x-4)=(x+1)^2 \Leftrightarrow (x+1)(3x-4)-(x+1)^2=0 \Leftrightarrow (x+1)((3x-4)-(x+1))=0$
$(x+1)(3x-4-x-1)=0 \Leftrightarrow (x+1)(2x-5)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \ ou\ 2x-5=0$

$2x=5$

$x=-1$ ou $x=\frac{5}{2}$ $S=\{-1;2{,}5\}$

4. $4x^2=(4x+3)^2 \Leftrightarrow 4x^2-(4x+3)^2=0 \Leftrightarrow (2x)^2-(4x+3)^2=0 \Leftrightarrow (2x-(4x+3))(2x+(4x+3))=0$
$(2x-4x-3)(2x+4x+3)=0 \Leftrightarrow (-2x-3)(6x+3)=0 \Leftrightarrow -2x-3=0 \ ou\ 6x+3=0$

$-2x=3$ ou $6x=-3$

$x=\frac{-3}{2}$ ou $x=\frac{-3}{6}=-0{,}5$ $S=\{-1{,}5;-0{,}5\}$

Ex 3 :

1. $f(x)=x^2-6x+8 \ forme 1$
$(x-2)(x-4)=x\times x-4\times x-2\times x-2\times(-4)=x^2-4x-2x+8=x^2-6x+8=f(x) \ forme 2$
$(x-3)^2-1=x^2-2\times x\times 3+3^2-1=x^2-6x+9-1=x^2-6x+8=f(x) \ forme 3$

2. a. $f(1)$ forme 1
$f(1)=1^2-6\times 1+8=3$

b. $f(x)=0$ forme 2
$(x-2)(x-4)=0 \Leftrightarrow x-2=0 \ ou\ x-4=0 \Leftrightarrow x=2 \ ou\ x=4$
$S=\{2;4\}$

c. Antécédents de 8 : il faut résoudre $f(x)=8$ forme 1
$x^2-6x+8=8 \Leftrightarrow x^2-6x=0 \Leftrightarrow x(x-6)=0 \Leftrightarrow x=0 \ ou\ x-6=0 \Leftrightarrow x=0 \ ou\ x=6$

d. Il faut résoudre $f(x)=3$ forme 3

$(x-3)^2-1=3 \Leftrightarrow (x-3)^2-1-3=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-4=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-2^2=0 \Leftrightarrow (x-3-2)(x-3+2)=0$

$(x-5)(x-1)=0 \Leftrightarrow x-5=0 \text{ ou } x-1=0 \Leftrightarrow x=5 \text{ ou } x=1$

Ex 4 :

1.

$$\frac{2}{1-x}-\frac{x}{3x+2}=\frac{2(3x+2)}{(1-x)(3x+2)}-\frac{x(1-x)}{(1-x)(3x+2)}=\frac{2\times 3x+2\times 2-x\times 1-x\times(-x)}{(1-x)(3x+2)}=\frac{6x+4-x+x^2}{(1-x)(3x+2)}=\frac{x^2+5x+4}{(1-x)(3x+2)}$$

Or $(x+1)(x+4)=x^2+4\times x+1\times x+1\times 4=x^2+5x+4$

Donc $\frac{x^2+5x+4}{(1-x)(3x+2)}=\frac{(x+1)(x+4)}{(1-x)(3x+2)}$

2. $\frac{2}{1-x}=\frac{x}{3x+2} \Leftrightarrow \frac{2}{1-x}-\frac{x}{3x+2}=0 \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+4)}{(1-x)(3x+2)}=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+4)=0 \text{ avec } 1-x\neq 0 \text{ et } 3x+2\neq 0$

$x+1=0 \text{ ou } x+4=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } x=-4$

Ex 5 :

1. x doit appartenir à [0;40]
2. a. AP = AB – PB = 60 – PN = 60 – x
   b. $A(x)=AP\times AN=x\times(60-x)=60x-x^2$
   c. $900-(x-30)^2=900-(x^2-2\times x\times 30+30^2)=900-x^2+60x-900=60x-x^2=A(x)$
3. problème 1 :

On doit résoudre $A(x)=800$ On prend la forme 2

$900-(x-30)^2=800 \Leftrightarrow 900-800=(x-30)^2 \Leftrightarrow 100-(x-30)^2=0 \Leftrightarrow 10^2-(x-30)^2=0$

$(10-(x-30))(10+(x-30))=0 \Leftrightarrow (10-x+30)(10+x-30)=0 \Leftrightarrow (40-x)(-20+x)=0 \Leftrightarrow 40-x=0 \text{ ou } -20+x=0$

$x=40 \text{ ou } x=20$

problème 2 :

Aire du triangle NPB $A_T(x)=\frac{PN\times PB}{2}=\frac{x\times x}{2}=\frac{x^2}{2}$

On doit résoudre $A(x)=\frac{x^2}{2}$ On prend la forme 1

$60x-x^2=\frac{x^2}{2} \Leftrightarrow 60x-x^2-\frac{x^2}{2}=0 \Leftrightarrow 60x-\frac{3x^2}{2}=0 \Leftrightarrow x\left(60-\frac{3x}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 60-\frac{3x}{2}=0$

$60=\frac{3x}{2}$

$x=0$ ou $2\times 60=3x$

$120=3x$

$x=\frac{120}{3}=40$

4. $(x-30)^2\geq 0$ quel que soit la valeur de x

$-(x-30)^2\leq 0$ quel que soit la valeur de x

donc $900-(x-30)^2\leq 900$ quel que soit la valeur de x

$A(x)\leq 900$

$A(x)=900 \Leftrightarrow 900-(x-30)^2=900 \Leftrightarrow -(x-30)^2=0 \Leftrightarrow (x-30)^2=0 \Leftrightarrow x-30=0 \Leftrightarrow x=30$

4/ Fonctions :

Ex 1 :

1. f et g sont définies sur [-3;6]

2. Si k < -2 $f(x)=k$ n'a pas de solution
   Si k = -2 $f(x)=k$ a une solution
   Si -2< k ≤ 1 $f(x)=k$ a deux solutions
   Si 1 <k < 5,5 $f(x)=k$ a deux solutions
   Si k = 5,5 $f(x)=k$ a une solution
   Si k >5,5 $f(x)=k$ n'a pas de solution

3. a. $S=\{-1;1\}$ b. $S=\{2;5\}$ c. S = [-3;0,5] U [5;6] d. S =]2;5[

Ex 2

1 a. $3x+1=0$
$3x=-1$
$x=-\frac{1}{3}$

$4-2x=0$
$4=2x$
$\frac{4}{2}=x$
$2=x$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
$3x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$4-2x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$(3x+1)(4-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b. $(3x+1)(4-2x)\geq 0$ (positif) $S=[-\frac{1}{3};2]$

2 a. $x=0$

$3x-6=0$
$3x=6$
$x=\frac{6}{3}$
$x=2$

$1-x=0$
$1=x$
valeur interdite

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$3x-6$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$\frac{x(3x-6)}{1-x}$		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	

b. $\frac{x(3x-6)}{1-x}\leq 0$ (négatif)

$S=[0;1[\cup[2;+\infty[$

Ex 3

1. $x-3(x+5)<3x-(2x-3)$
$x-3x-15<3x-2x+3$
$-2x-15<x+3$
$-2x-x<3+15$
$-3x<18$
$x>\frac{18}{-3}$
$x>-6$
$S=]-6;+\infty[$

2. $(2x+1)^2>3x(2x+1)$
$(2x+1)^2-3x(2x+1)>0$
$(2x+1)[(2x+1)-3x]>0$
$(2x+1)(2x+1-3x)>0$
$(2x+1)(-x+1)>0$
$2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=\frac{-1}{2}$
$-x+1=0 \Rightarrow 1=x$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$-x+1$		$+$	|	$+$	0	$-$	
		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S=]-\infty;-\frac{1}{2}[\cup]1;+\infty[$

3. $4x^2 \leq (2x+3)^2$

$4x^2 - (2x+3)^2 \leq 0$

$(2x)^2 - (2x+3)^2 \leq 0$

$[2x - (2x+3)][2x + (2x+3)] \leq 0$

$(2x - 2x - 3)(2x + 2x + 3) \leq 0$

$-3(4x+3) \leq 0$

$-12x - 9 \leq 0$

$-12x \leq 9$

$x \geq \frac{9}{-12}$

$x \geq -\frac{3}{4}$

$S = [-\frac{3}{4}; +\infty[$

Ex 4

1. $\frac{1}{2x+4} - \frac{2}{x-1} = \frac{1 \times (x-1) - 2(2x+4)}{(2x+4)(x-1)} = \frac{x - 1 - 4x - 8}{(2x+4)(x-1)} = \frac{-3x-9}{(x-1)(2x+4)}$

2. $\frac{1}{2x+4} \geq \frac{2}{x-1} \iff \frac{1}{2x+4} - \frac{2}{x-1} \geq 0$

$\iff \frac{-3x-9}{(x-1)(2x+4)} \geq 0$

$-3x - 9 = 0$
$-3x = 9$
$x = \frac{9}{-3}$
$x = -3$

$x - 1 = 0$
$x = 1$

$2x + 4 = 0$
$2x = -4$
$x = \frac{-4}{2}$
$x = -2$

valeurs interdites

x	$-\infty$		-3		-2		1		$+\infty$
$-3x-9$		+	0	−	|	−	|	−	
$x-1$		−	|	−	|	−	0	+	
$2x+4$		−	|	−	0	+	|	+	
$\frac{-3x-9}{(x-1)(2x+4)}$		+	0	−	||	+	||	−	

$S =]-\infty; -3] \cup]-2; 1[$

Ex 5:

1\. a. $C(20)=20^2-10\times20+500=700$ Coût de production pour 20 chaises 700 €

b . $R(20)=20\times50=1000$ Recette pour 20 chaises : 1000 €

Donc le bénéfice pour 20 chaises vendues est 1000 – 700 = 300 €

2\. $R(x)=50\times x$

3\. a.

x	5	20	40	60	70
C(x)	475	700	1700	3500	4700

x	5	20	40	60	70
R(x)	250	1000	2000	3000	3500

Fenêtre adaptée : pour X de 0 à 70 avec un pas de 5

et Y de 0 à 5000 avec un pas de 100

b. Il y a un bénéfice dès que la courbe de R (droite) est au dessus de la courbe de C.
Donc à l'aide de la calculatrice on voit que x doit être compris entre 10 et 50 , donc il faut vendre entre 10 et 50 chaises pour faire un bénéfice (utiliser la fonction G-Solv de la calculatrice)

4\. $R(x)\geq C(x) \Leftrightarrow 50x\geq x^2-10x+500 \Leftrightarrow 50x-x^2+10x-500\geq0 \Leftrightarrow -x^2+60x-500\geq0$

Or $(50-x)(x-10)=50\times x-50\times10-x^2+x\times10=50x-500-x^2+10x=-x^2+60x-500$

Donc $R(x)\geq C(x) \Leftrightarrow (50-x)(x-10)\geq0$

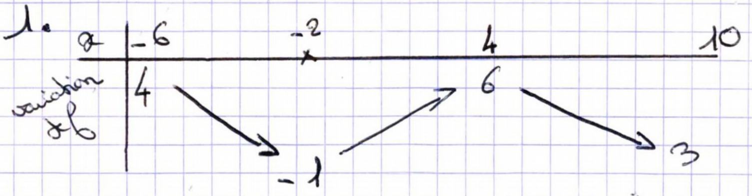
$50-x=0 \Leftrightarrow x=50$ $\qquad x-10=0 \Leftrightarrow x=10$

x	5		10		50		70
$50-x$		+	|	+	0	−	
$x-10$		−	0	+	|	+	
$(50-x)(x-10)$		−	0	+	0	−	

S = [10;50] On retrouve le résultat précédent

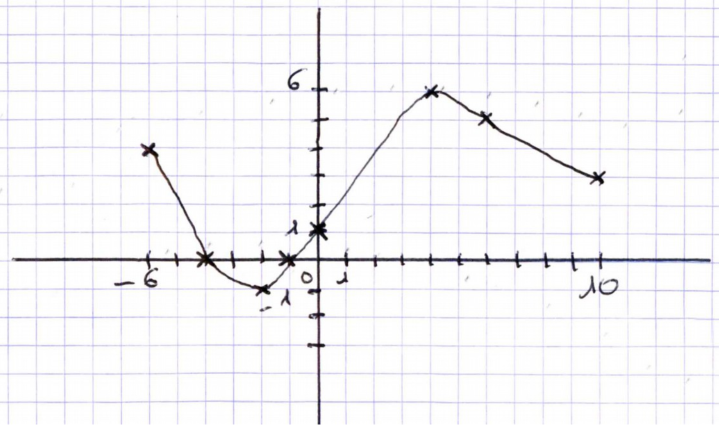
Ex 6

1\.



2\. Cf passe par (−4;0) et (−1;0) ; (0;1) ; (6;5)

2\.



Ex 7 :

1.*h* est décroissante sur les intervalles [-5 ;-3] et [1;4] et elle est croissante sur [-3;1]

2. a. L'image de 4 est 2 par la fonction h

b. -2 va avoir deux antécédents par h ; l'un dans]-5 ;-3[et l'autre dans]-3;1[

3. si x appartient à [-3;1] alors $-3 \leq h(x) \leq 4$

si x appartient à [-5;4] alors $-3 \leq h(x) \leq 4$

Ex 13 :

1. a. Aussitôt après l'injection, il y a 5 m mol. L^{-1} de médicament dans le sang

b. Au bout de 8 h , il y a 1,5 m mol. L^{-1} de médicament dans le sang

c. Pour la concentration diminue de moitié, il faut qu'il y ait 2,5 m mol. L^{-1} de médicament dans le sang soit au bout de 4,5 h après l'injection

2. Au cours du temps cette concentration de médicament diminue dans le sang.

3. La vitesse d'élimination diminue au cours du temps car la pente de la courbe diminue au cours du temps

5/Droites et systèmes

Ex 1

Partie A

$\begin{cases} 2x + 9y = 37 & \times 5 \\ -5x + 6y = 31 & \times 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 45y = 185 \\ -10x + 12y = 62 \end{cases}$

Par addition membre à membre on obtient

$\cancel{10x} + 45y \cancel{-10x} + 12y = 185 + 62$

$57y = 247$

$y = \frac{247}{57} = \frac{13}{3}$

donc $2x + \cancel{9}^{3} \times \frac{13}{\cancel{3}} = 37$

$2x = 37 - 3 \times 13 = -2$

$x = \frac{-2}{2} = -1$

$S = \left\{ \left(-1 ; \frac{13}{3} \right) \right\}$

Partie B

1a. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5+4 \\ 3-5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \to -b \\ \to a \end{matrix}$ donc une équation cartésienne de (AB) sera de la forme

$-2x - 9y + c = 0$

$A \in (AB) \Leftrightarrow -2x_A - 9y_A + c = 0$

$-2 \times (-4) - 9 \times (5) + c = 0$

$c = 37$

donc $-2x - 9y + 37 = 0$

$\Leftrightarrow 2x + 9y - 37 = 0$

$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 1+5 \\ 6-1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \to -b \\ \to a \end{matrix}$ donc une équation cartésienne de (CD) sera de la forme

$5x - 6y + c = 0$

$C \in (CD) \Leftrightarrow 5x_C - 6y_C + c = 0$

$5 \times (-5) - 6 \times 1 + c = 0$

$c = 31$

donc $5x - 6y + 31 = 0$

$\Leftrightarrow -5x + 6y - 31 = 0$

b. (AB) $2x+9y-37=0 \iff 2x+9y=37$

(CD) $-5x+6y-31=0 \iff -5x+6y=31$

c. Si (AB) et (CD) st sécantes, elles ont pour intersection un point dont les coordonnées vérifient le système de la partie A

donc (AB) et (CD) st sécantes en $F\left(-1; \frac{13}{3}\right)$

2. a. $\vec{AC}\begin{pmatrix}-5+4\\1-5\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix} \begin{matrix}\to -b\\ \to a\end{matrix}$ une équation de (AC) sera de la forme $-4x+y+c=0$

$A \in (AC) \iff -4x_A + y_A + c = 0$

$-4\times(-4)+5+c=0$

$21+c=0$

$c=-21$

donc $-4x+y-21=0$

$\vec{DB}\begin{pmatrix}5-1\\3-6\end{pmatrix}$ $\vec{DB}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix} \begin{matrix}\to -b\\ \to a\end{matrix}$ (DB) a donc pour équation cartésienne $-3x-4y+c=0$

$D \in (DB) \iff -3\times1-4\times6+c=0$

$c=27$

donc $-3x-4y+27=0$

b) vecteur directeur de (AC) $\vec{AC}\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}$

vecteur directeur de (DB) $\vec{DB}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$

$\det(\vec{AC},\vec{DB}) = \begin{vmatrix}-1 & 4\\-4 & -3\end{vmatrix}$

$= -1\times(-3)-(-4)\times4$

$= 3-16=-13 \neq 0$

Les vecteurs $\vec{AC}$ et $\vec{DB}$ ne st pas colinéaires

donc (AC) et (DB) ne st pas parallèles

les dtes st sécantes

Leur point d'intersection a des coordonnées qui vérifient le système

$$\begin{cases}-3x-4y+27=0\\-4x+y-21=0 \quad \times 4\end{cases} \iff \begin{cases}-3x-4y+27=0\\-16x+4y-84=0\end{cases}$$

en additionnant membre à membre $-3x\cancel{-4y}+27-16x\cancel{+4y}-84=0$

$-19x=57$

$x=-\frac{57}{19}=-3$

donc $-3\times(-3)-4y+27=0$

$-4y=-27-9=-36$

$y=\frac{-36}{-4}=9$

$G(-3; 9)$

Vérification

3. $\vec{FG}\begin{pmatrix}-3+1\\ 9-\frac{13}{3}\end{pmatrix}$ $\quad \vec{FG}\begin{pmatrix}-2\\ \frac{14}{3}\end{pmatrix} \begin{matrix}\to -b\\ \to a\end{matrix}$

une équation de (FG) sera de la forme $\frac{14}{3}x+2y+c=0$

$G\in(FG) \iff \frac{14}{3}\times x_G+2y_G+c=0$

$\frac{14}{3}\times(-3)+2\times 9+c=0$

$c=-18+14=-4$

donc $\frac{14}{3}x+2y-4=0$

4. Si H, F et G sont alignés $H\in(FG)$ $\qquad$ H milieu de [BC]

$\frac{14}{3}\times x_H+2y_H-4=\frac{14}{3}\times 0+2\times 2-4=0$ $\qquad H\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$

donc $H\in(FG)$ $\qquad H\left(\frac{5-5}{2};\frac{3+1}{2}\right)$

Les pts sont alignés $\qquad H(0;2)$

Ex 2 :

1. Coefficient directeur de (MN) $\quad a_{MN}=\frac{y_M-y_N}{x_M-x_N}=\frac{2500-10}{100-1500}=\frac{2490}{-1400}=\frac{-249}{140}$

donc $\quad y=\frac{-249}{140}x+p \quad$ est une équation réduite de (MN).

M appartient à la droite (MN) donc

$y_M=\frac{-249}{140}x_M+p \Leftrightarrow 2500=\frac{-249}{140}\times 100+p \Leftrightarrow 2500+\frac{249\times 100}{140}=p \Leftrightarrow p=\frac{18745}{7}$

donc $\quad y=\frac{-249}{140}x+\frac{18745}{7} \quad$ soit $\quad y=-1{,}78x+2677{,}86$

2. Si x = 500 y = - 1,78 x 500 + 2677,86 soit environ 1787,86. Si le prix est de 500 € par chaise, il en vend chaque mois 1788.

3. Il faut résoudre

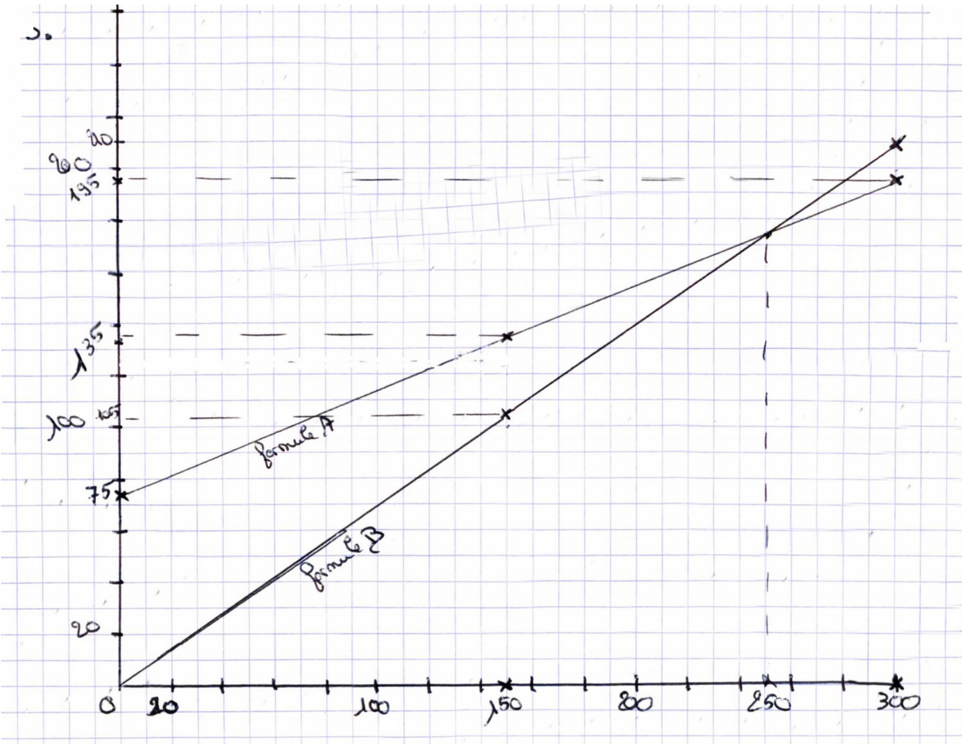
$-1{,}78\times x+2677{,}86>1000 \Leftrightarrow -1{,}78\times x>1000-2677{,}86 \Leftrightarrow -1{,}78x>-1677{,}86 \Leftrightarrow x<\frac{-1677{,}86}{-1{,}78}$

donc x < 942
Il ne doit pas dépasser 942 € pour une chaise.

Ex 3 :
1. pour 150 km :
Formule A : 75 + 0,4 x 150 = 135 €
Formule B : 0,7 x 150 = 105 € donc il doit choisir la formule B pour 150 km parcourus

pour 300 km :
Formule A : 75 + 0,4 x 300 = 195 €
Formule B : 0,7 x 300 = 210 € donc il doit choisir la formule A pour 300 km parcourus

2. a. $y_A = 75 + 0{,}4\,x$ et $y_B = 0{,}7\,x$



c. Si $x < 250$ la formule B est plus avantageuse
Si on fait plus de 250 km, la formule A est plus avantageuse

d. Pour que la formule A soit plus avantageuse, on doit résoudre

$$75 + 0{,}4\,x < 0{,}7\,x \Leftrightarrow 75 < 0{,}7\,x - 0{,}4\,x \Leftrightarrow 75 < 0{,}3\,x \Leftrightarrow \frac{75}{0{,}3} < x \Leftrightarrow 250 < x$$

On retrouve le résultat de la question précédente

<u>6/ Pourcentages et statistiques</u>

<u>Ex 1 :</u>

1. Faux car pour D et T, on n'a pas d'intensité.
2. Effectif total : 3 +13 + 7 + 1 + 2 + 1 + 4 = 31

Ceux qui ne sont pas des cyclones sont au nombre de 16 soit plus de la moitié de l'effectif total donc Vrai

3. Nombre de ceux qui ont crée des dégâts structurels : 7

$\frac{7}{31} \simeq 0,23$ soit 23 % donc la réponse est Vraie

4. Nombre des cyclones qui n'ont pas crée de dégâts structurels : 8

Nombre de cyclones : 7 + 1 + 2 + 1 + 4 = 15

$\frac{8}{15} \simeq 0,53$ soit 53 % donc la réponse est Vraie

<u>Ex 2 :</u>

1. On multiplie les différents coefficients multiplicateurs

2013/ 14 : 1 – 22,9 % = 1 – 0,229 = 0,771

2014/ 15 : 1 – 4,8 % = 1 – 0,048 = 0,952

2015/ 16 : 1 – 8,1% = 1 – 0,081= 0,919

2016/ 17 : 1 +9,8 % = 1 + 0,098= 1,098

0,771 x 0,952 x 0,919 x 1,098 = 0,7406 coefficient multiplicateur global

Taux d'évolution global 0,7406 – 1 = - 0,2594 soit **– 25,94 %**

2. On cherche le taux d'évolution réciproque de – 25, 94 %

Coefficient multiplicateur réciproque : $\frac{1}{1-0,2594} = \frac{1}{0,7406} \simeq 1,3502$

Taux d'évolution réciproque 1,3502 – 1 = 0,3502 donc **35,02 %**

Donc il faut augmenter le nombre de brevets de 35,02 % pour revenir au taux de 2013

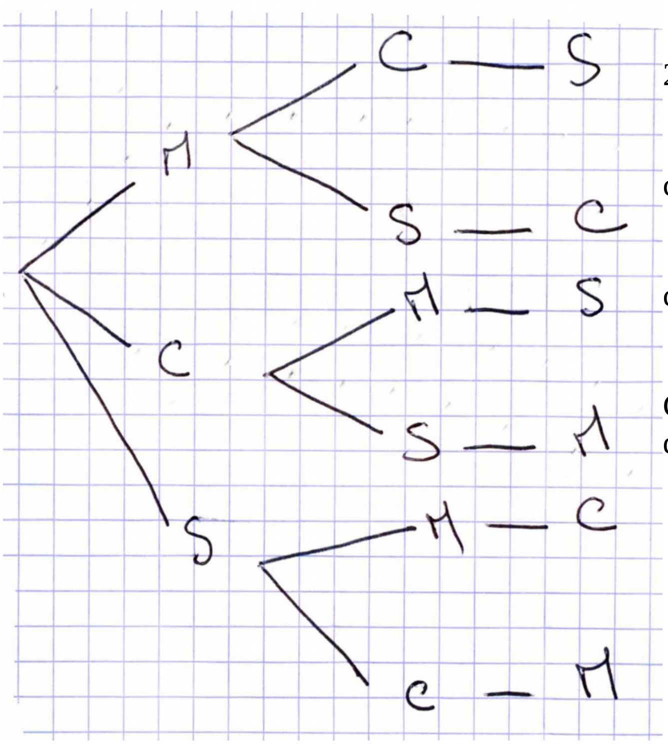
3. $V_{2013} \times (1-0,2594) = V_{2017} = 1110$

Donc $V_{2013} = \frac{1110}{0,7406} = 1498,78$ soit **1499** dépôts en 2013.

7/ Probabilités :

Ex 1 :

1. a.



b. Il peut organiser sa séance de 6 façons.

2. a . A = {C M S ; C S M}

B = { C S M ; S M C ; S C M }

b. A ∩ B : « La séance commence par le Crossfit et la corde à sauter est avant la musculation »

il n' y a qu'une seule issue C S M

c. A U B : « La séance commence par le Crossfit ou la corde à sauter est avant la musculation

il y a comme issues : C M S ; C S M ; S M C ; S C M

d. $\bar{B}$: « La corde à sauter est après la musculation »

il y a trois issues (celles ui ne sont pas dans B)

Ex 2 :

1.

	1	**2**	**3**	**4**
1	0	1	2	3
2	1	0	1	2
3	2	1	0	1
4	3	2	1	0

2. Les résultats possibles sont 0,1,2 et 3

Issue	0	1	2	3
Probabilité	$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$	$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$	$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$	$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

3. a. $p=1-p(0)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

b. $p=p(2)+p(3)=\frac{4}{16}+\frac{2}{16}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

c. $p=p(2)+p(3)=\frac{3}{8}$

4. Le résultat doit être 2 et il y 3 et 1 ou 4 et 2 donc $p=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

5. Le résultat doit être soit 1, 2 ou 3. Donc $p=1-p(0)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

Ex 3 :

1. $P(T)=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$ $P(C)=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$ $P(F)=\frac{12}{32}=\frac{3}{8}$

2 a. T ∩ F : « La carte est une figure à trèfle» $P(T\cap F)=\frac{3}{32}$

b. T U F : « La carte est une figure ou un trèfle » $P(T\cup F)=P(T)+P(F)-P(T\cap F)=\frac{8}{32}+\frac{12}{32}-\frac{3}{32}=\frac{17}{32}$

3. a. T et C sont des événements incompatibles (ils ne peuvent se produire à la fois)

b. $P(T\cup C)=P(T)+P(C)=\frac{8}{32}+\frac{8}{32}=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$

4. $p=1-P(F)=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

5. $P(\bar{C}\cup\bar{F})=P(\overline{C\cap F})=1-P(C\cap F)=1-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}$

Ex 4 :

1. 64 % de femmes donc $\frac{64}{100}\times 600=384$ donc 600 – 384 = 216 hommes

50 % de 384 : $\frac{50}{100}\times 384=192$ 37,5 % de 384 : $\frac{37{,}5}{100}\times 384=144$

25 % de 216 : $\frac{25}{100}\times 216=54$

Formule	S	R	L	Total
Femme	384 – 192 – 384 = 48	192	144	384
Homme	216 /2 = 108	54	216 – 54 – 108 = 54	216
Total	48 + 108 = 156	192 + 54 = 246	144 + 54 = 198	600

2. $P=\frac{54}{600}=\frac{9}{100}=0{,}09$

3. $P=P(F\cup S)=P(F)+P(S)-P(F\cap S)=\frac{384}{600}+\frac{156}{600}-\frac{48}{600}=\frac{492}{600}=\frac{41}{50}=0{,}82$

4. $P=1-P(L)=1-\frac{198}{600}=\frac{402}{600}=0{,}67$

5. Parmi les 198 personnes ayant choisi la formule Liberté

$P=\frac{144}{198}=\frac{8}{11}$